

تأثیر محلی سازی در بهبود مدل سازی میدان ثقل و ارتفاع ژئوئید

ارائه: صباح راموز

۱. دقت مدل‌های ارتفاع ژئوئید در ایران و جهان

۲. چرا دقت مدل‌سازی ارتفاع ژئوئید در ایران پایین است؟

۱.۲. کم‌بود مشاهدات ثقلی و کنترلی و پراکندگی نامناسب داده‌های موجود

۲.۲. توپوگرافی خشن در شمال و غرب و زمین‌ساخت پیچیده در جنوب

۳.۲. دقت پایین مدل‌های جهانی ثقل در محدوده ایران

۳. چگونه می‌توان در ایران به ارتفاع ژئوئید دقیق‌تر رسید؟

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

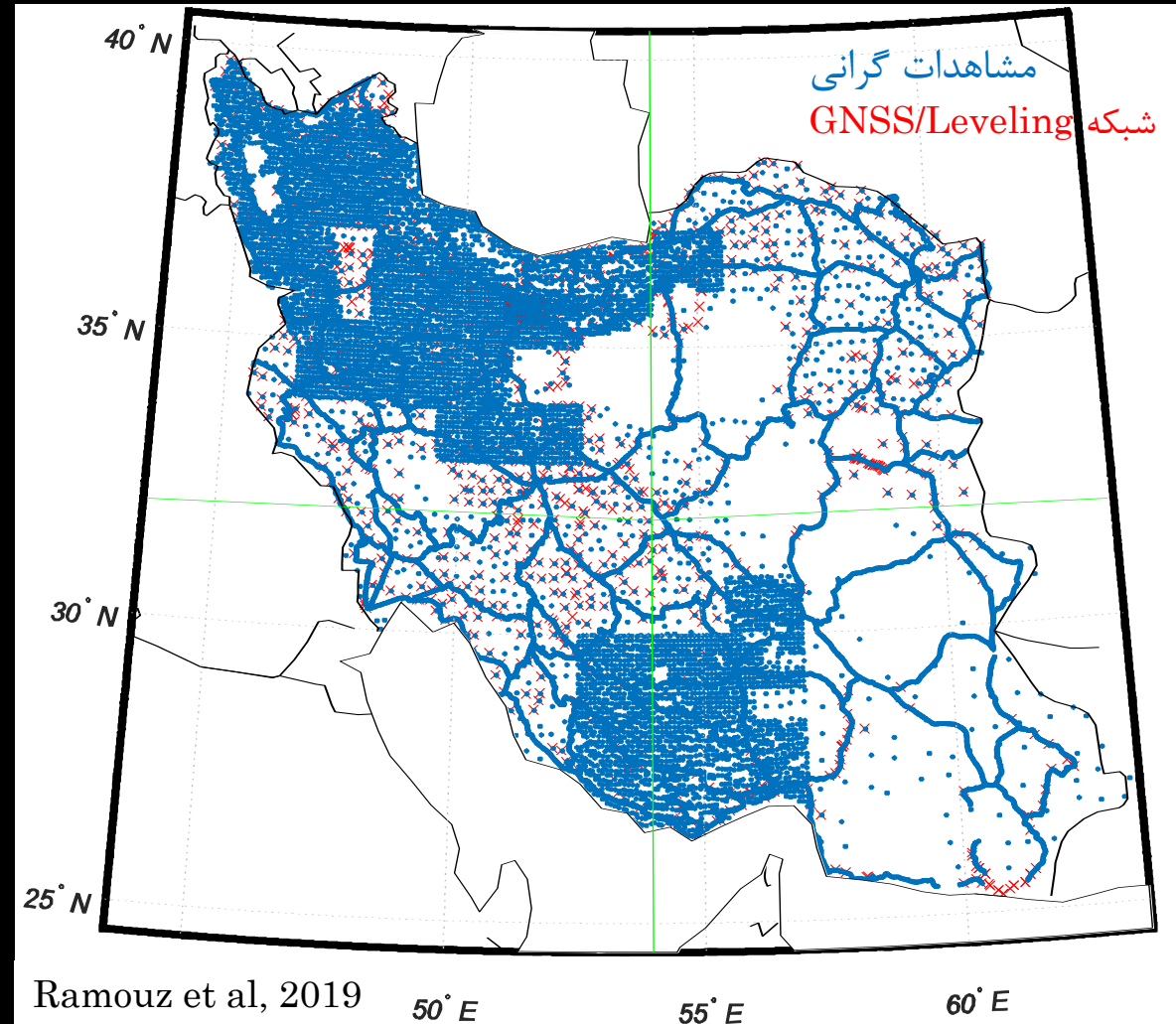
تأثیر محلی‌سازی در بهبود مدل‌سازی میدان ثقل و ارتفاع ژئوئید

جدول ۲: دقت مدل‌های ثقل جهانی در نواحی مختلف	
کشور / محدوده	انحراف معیار (متر)
آلمان	۰.۰۴
ژاپن	۰.۰۸
اروپا	۰.۱۲
کانادا	۰.۱۳
ایران	۰.۲۷

جدول ۱: دقت مدل‌های ژئوئید مکانی در ایران					
مدل ژئوئید	روش	انحراف معیار/وریانس (متر)	تعداد داده کنترلی	مدل جهانی	داده‌های ثقلی
صفری و هم‌کاران ۲۰۰۵	مساله مقدار مرزی با مرز ثابت	۱.۰۷	۵۱	EGM1996	شبکه گرویمتری ۰ تا ۱، BGI، خطوط تراز یابی
نهادوندچی و سلطان‌پور ۲۰۰۵	استوکس-هلمرت (KTH)	۰.۶۷	۲۰۰	EGM1996	شبکه گرویمتری ۰ تا ۱، BGI، خطوط تراز یابی
کیامهر ۲۰۰۶	استوکس-هلمرت (KTH)	۰.۵۸	۲۶۰	EGM1996	شبکه گرویمتری ۰ تا ۱، BGI، خطوط تراز یابی
حاتم ۲۰۱۰	استوکس-هلمرت	۰.۲۶	۸۱۹	EGM2008	شبکه گرویمتری ۰ تا ۲، BGI، خطوط تراز یابی
سعادت و هم‌کاران ۲۰۱۸	توابع پایه شعاعی	۰.۲۳	۱۲۸۸	EGM2008	شبکه گرویمتری ۰ تا ۳، خطوط تراز یابی
راموز و هم‌کاران ۲۰۱۹	کالوکیشن	۰.۲۰	۱۲۸۶	EIGEN6C4	شبکه گرویمتری ۰ تا ۳، خطوط تراز یابی

۱.۲. کم‌بود مشاهدات ثقلی و کنترل‌ی و پراکندگی نامناسب داده‌های موجود

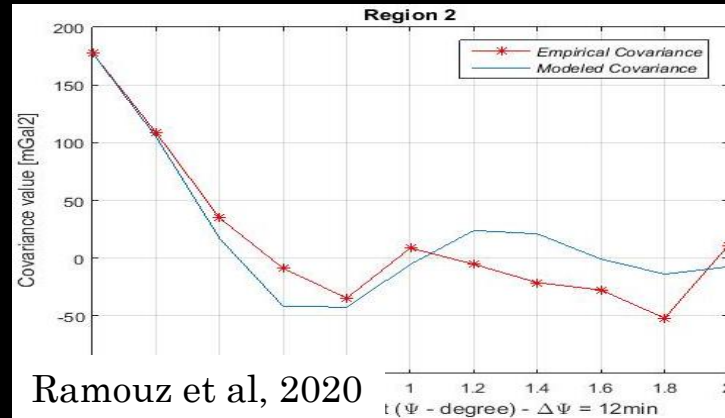
- فقر مشاهدات کنترل‌ی در مرکز، شرق و جنوب شرقی کشور.
- فقر مشاهدات ثقلی درجه ۱ و ۲ در مرکز، شرق و جنوب شرقی.
- فقر مشاهدات ثقلی درجه ۳ به‌جز در جنوب، شمال و شمال غربی.



تصویر ۱: پراکندگی مشاهدات ثقلی و کنترل‌ی در ایران

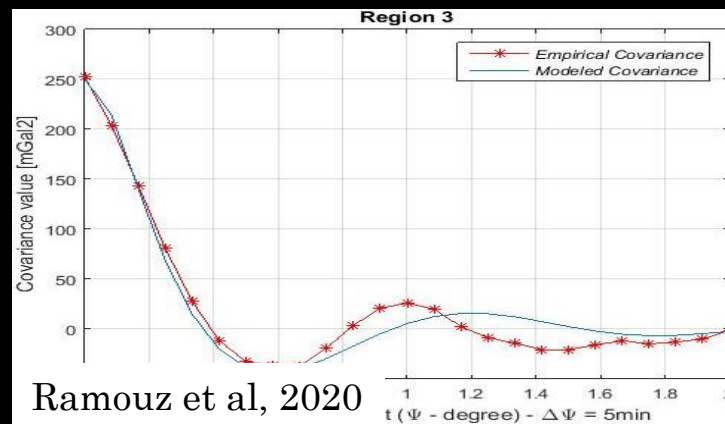
۱.۲. کم‌بود مشاهدات ثقلی و کنترلی و پراکندگی نامناسب داده‌های موجود

بررسی دقت مدل‌سازی میدان ثقل در ۴ منطقه هم‌اندازه، با پراکندگی داده و توپوگرافی مختلف در ایران



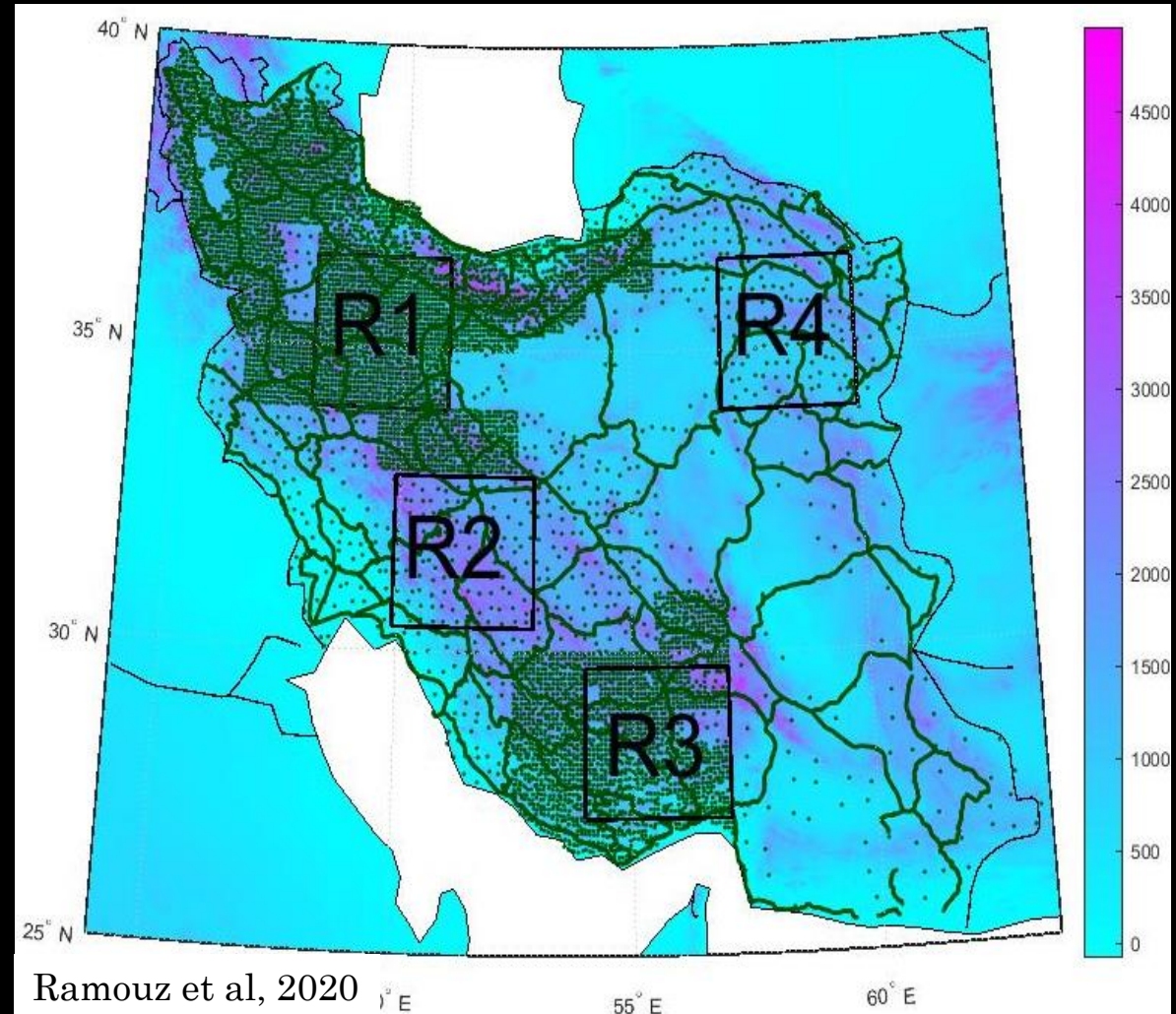
Ramouz et al, 2020

تصویر ۳: کووریانس تولیدشده در منطقه ۲ با پراکندگی نامناسب مشاهدات



Ramouz et al, 2020

تصویر ۴: کووریانس تولیدشده در منطقه ۳ با پراکندگی مناسب مشاهدات



Ramouz et al, 2020

تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

۱.۲. کم‌بود مشاهدات ثقلی و کنترلی و پراکندگی نامناسب داده‌های موجود

۲.۲. توپوگرافی خشن در شمال و غرب و زمین‌ساخت پیچیده در جنوب

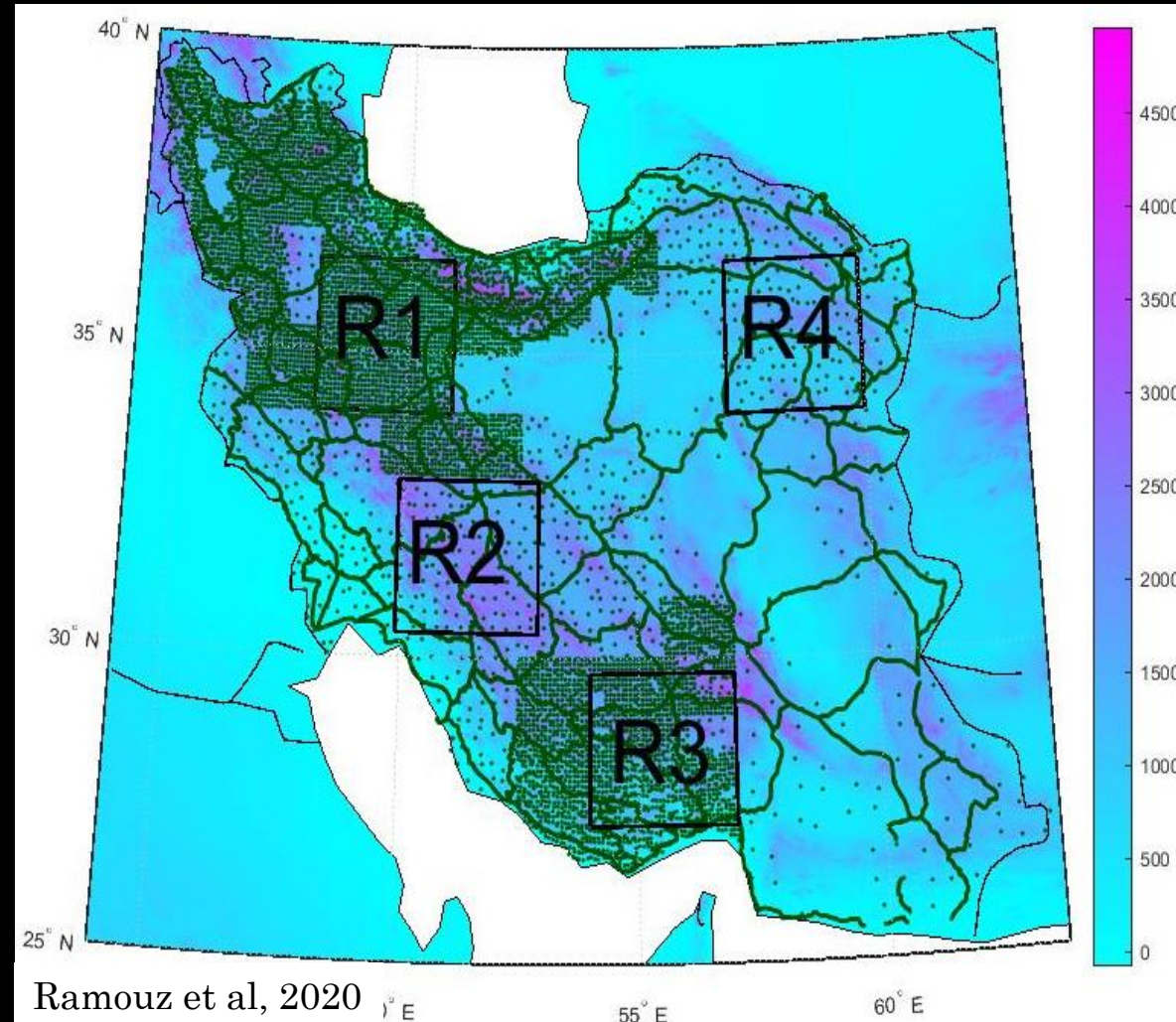
جدول ۳: دقت مدل‌سازی آنامولی ثقل در مناطق ۱ تا ۴		
منطقه	انحراف معیار (متر)	انحراف معیار (میلی گال)
۱	۰.۲۵	۴.۶۵
۲	۰.۱۴	۱۲.۴۶
۳	۰.۲۱	۶.۷
۴	۰.۱۱	۱۱.۲۷

منطقه ۱: داده‌ها متراکم‌تر، توپوگرافی خشن‌تر

منطقه ۲: داده‌ها کم‌تراکم، توپوگرافی خشن‌تر

منطقه ۳: داده‌ها متراکم‌تر، توپوگرافی هم‌وارتر

منطقه ۴: داده‌ها کم‌تراکم، توپوگرافی هم‌وارتر



تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

۱.۲. کم‌بود مشاهدات ثقلی و کنترلی و پراکندگی نامناسب داده‌های موجود

۲.۲. توپوگرافی خشن در شمال و غرب و زمین‌ساخت پیچیده در جنوب

۳.۲. دقت پایین مدل‌های جهانی ثقل در محدوده ایران

جدول ۲: دقت مدل‌های ثقل
جهانی در نواحی مختلف

کشور/ محدوده	انحراف معیار (متر)
آلمان	۰.۰۴
ژاپن	۰.۰۸
اروپا	۰.۱۲
کانادا	۰.۱۳
ایران	۰.۲۷

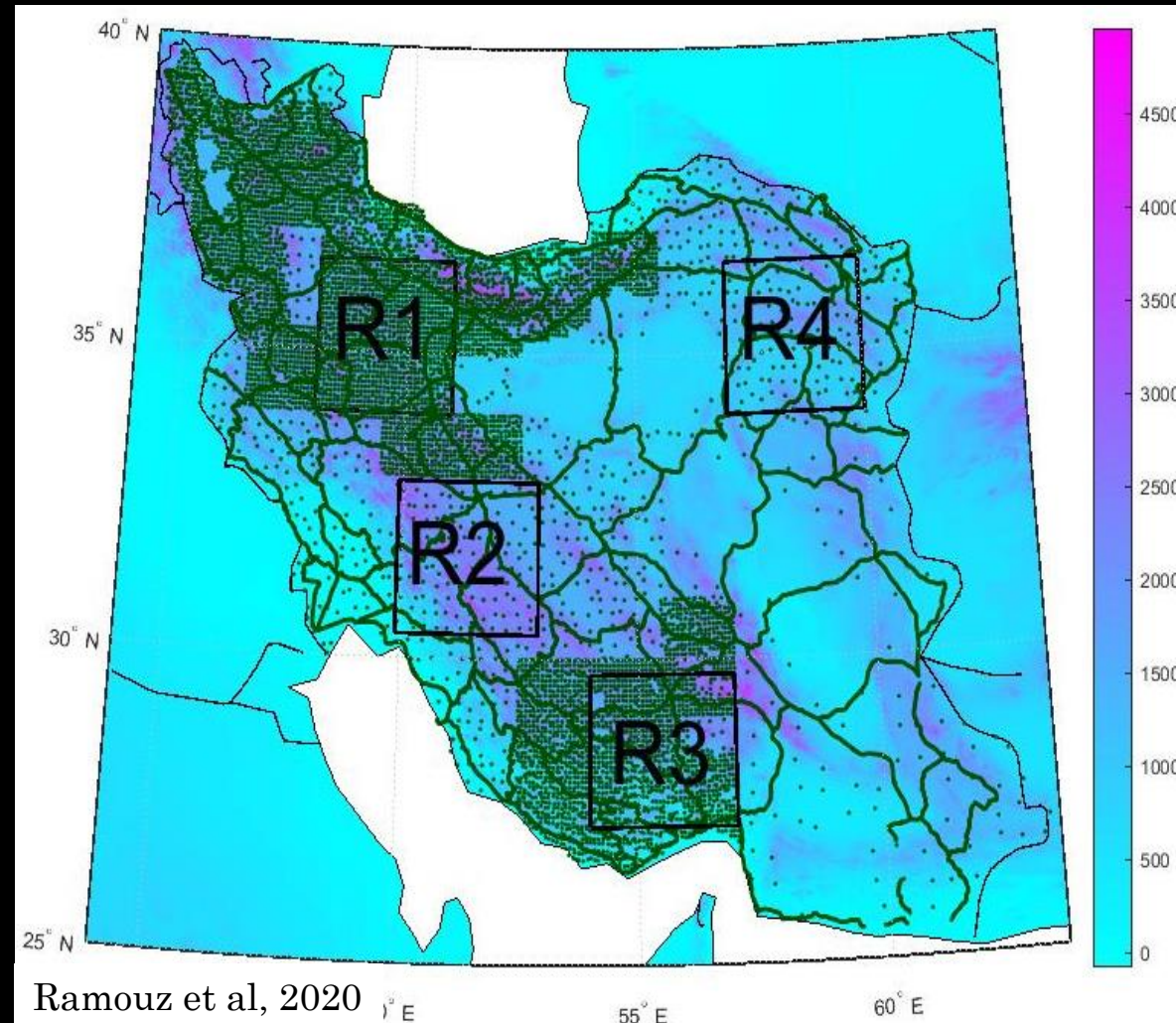
- میزان وسعت و شدت ناهم‌واری در دقت مدل‌های جهانی ثقل موثر است. منطقه هرچه وسیع‌تر، دقت مدل جهانی ثقل کم‌تر. و هرچه توپوگرافی خشن‌تر، دقت مدل‌های جهانی ثقل کم‌تر.
- پراکندگی داده‌های ثقل زمینی در دقت مدل‌های جهانی ثقل در هر منطقه تأثیرگذار است. هرچه داده‌های زمینی متراکم‌تر و پراکندگی آن‌ها منظم‌تر، دقت مدل جهانی بالاتر. در تولید مدل جهانی EGM2008، برای محدوده ایران، از داده‌های ثقلی زمینی BGI استفاده شده است. این داده‌ها، قدیمی (دهه ۴۰ شمسی)، کم‌دقت و با پراکندگی نامناسب می‌باشند.

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

- به اعتقاد قاطبه متخصصان ژئودزی کشور، بهبود دقت مدل ژئوئید در ایران متوقف بر تکمیل و توسعه شبکه درجه ۳ ثقل کشور است. با لحاظ یک‌مدل یک‌سان برای کل ایران، به عبارت دیگر، مشابه مدل‌های IRG2016 و IRG2018 و در مقیاس کشوری.

- در ایران، با مساحت زیاد، زمین‌ساخت پیچیده و توپوگرافی ناهموار (ناشی از وقوع رشته‌کوه‌های زاگرس و البرز)، مدل‌سازی ثقل با دقت بالا، کار دشواری می‌باشد.

- با توجه به ویژگی‌های مورد اشاره، در مدل‌سازی یک‌دفعه میدان ثقل برای ایران (چنان‌که در تولید مدل‌های IRG2016 و IRG2018 استفاده شده است)، بخش قابل‌توجهی از سیگنال میدان ثقل از دست می‌رود. با تکمیل شبکه درجه ۳ ثقل کشور، قسمتی از این سیگنال قابل‌احیا می‌باشد.



تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

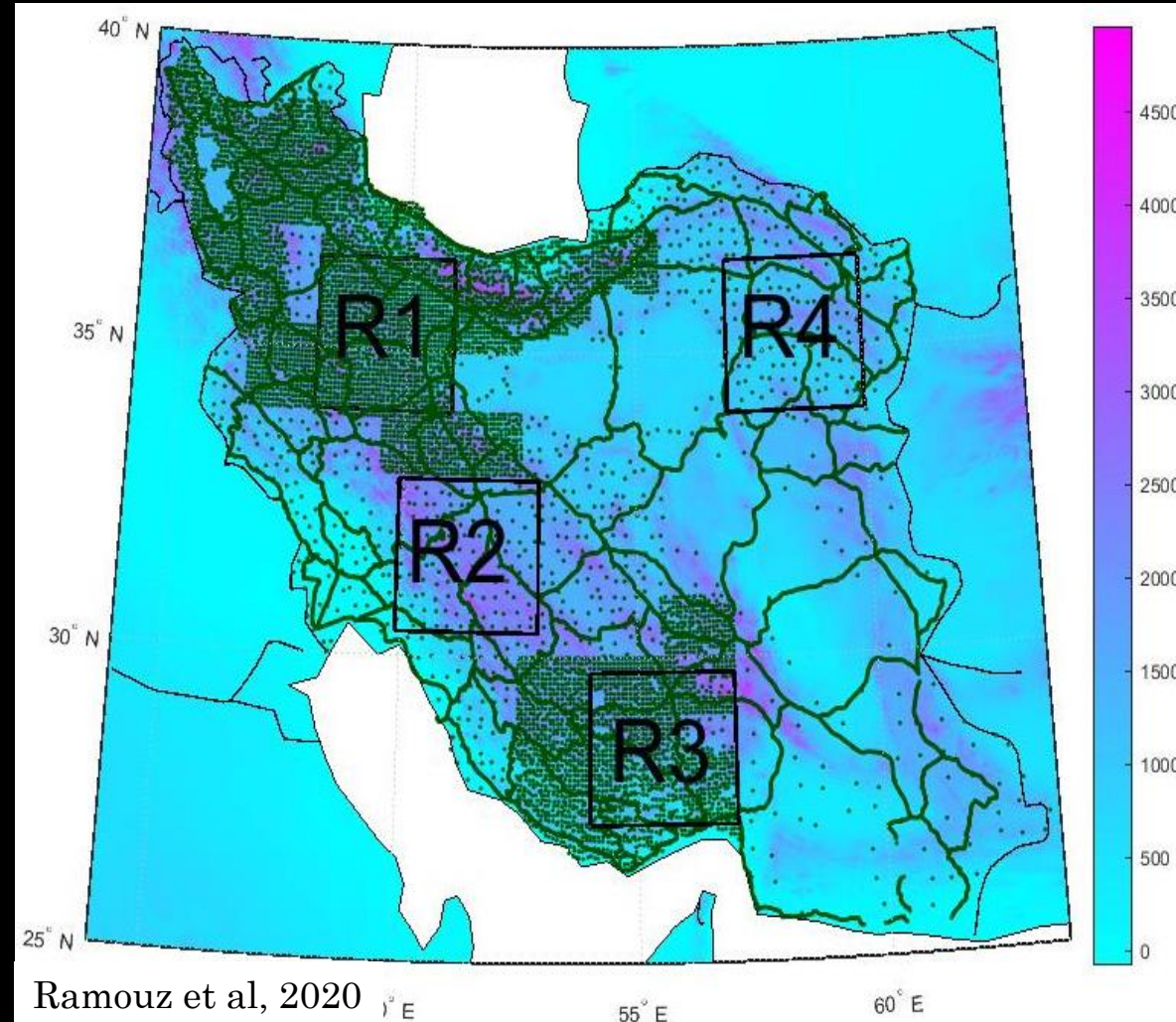
۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

جدول ۴: میزان حذف انرژی سیگنال آنامولی ثقل در مراحل حذف

مرحله حذف	mGal	%
جهانی	۶,۴	۱۱
توپوگرافی	۳۳,۴	۵۹
جهانی + توپوگرافی	۳۹,۷	۷۰

- برای افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل،
بایست سیگنال و عوامل موثر بر آن را بهتر شناخت و
مدل‌سازی کرد.



تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

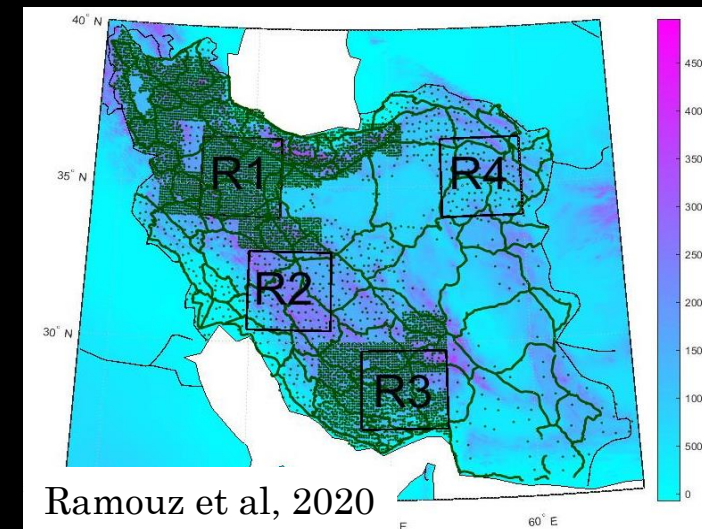
۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۱.۲.۳. طول‌موج بلند/فرکانس پایین سیگنال میدان ثقل

جدول ۵: مدل‌های جهانی ثقل ترکیبی و ماهواره‌ای صرف			
مدل	درجه/مر	منابع	نوع
EGM2008	۲۱۹۰	ارتفاع‌سنجی، زمینی، گریس	
EIGEN6C4	۲۱۹۰	ارتفاع‌سنجی، زمینی، گریس، گوس	ماهواره‌ای صرف
EIGEN-6S4 (v2)	۳۰۰	گریس، گوس، لاگوس	
GO_CONS_GCF_2_SPW_R5	۳۳۰	گوس	

جدول ۴: میزان حذف انرژی سیگنال آنالوژی ثقل در مراحل حذف		
مرحله حذف	mGal	%
جهانی	۶,۴	۱۱
توپوگرافی	۳۳,۴	۵۹
جهانی + توپوگرافی	۳۹,۷	۷۰



تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

تصویر ۳: تفکیک طیفی و طول‌موج سیگنال ثقل



۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

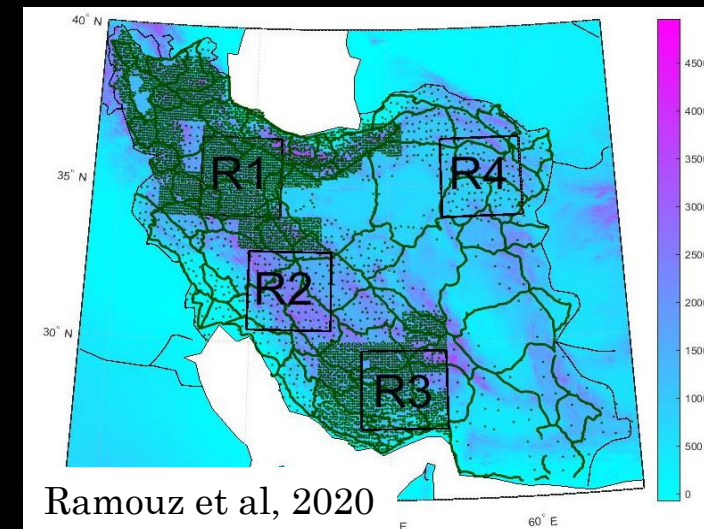
۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۱.۲.۳. طول موج بلند/فرکانس پایین سیگنال میدان ثقل

۲.۲.۳. طول موج کوتاه/فرکانس بالای سیگنال میدان ثقل

- در ایران، بخش بزرگی از سیگنال آنامولی جاذبه میدان ثقل، مربوط به اثر جاذبه ناشی از جرم توپوگرافی می‌باشد. از این‌رو، دقت و کیفیت مدل‌سازی اثر جاذبه توپوگرافی، تأثیر زیادی بر دقت مدل‌سازی میدان ثقل خواهد داشت.

جدول ۴: میزان حذف انرژی سیگنال آنامولی ثقل در مراحل حذف		
مرحله حذف	mGal	%
جهانی	۶,۴	۱۱
توپوگرافی	۳۳,۴	۵۹
جهانی + توپوگرافی	۳۹,۷	۷۰



تصویر ۲: محدوده مناطق ۱ تا ۴ در ایران

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

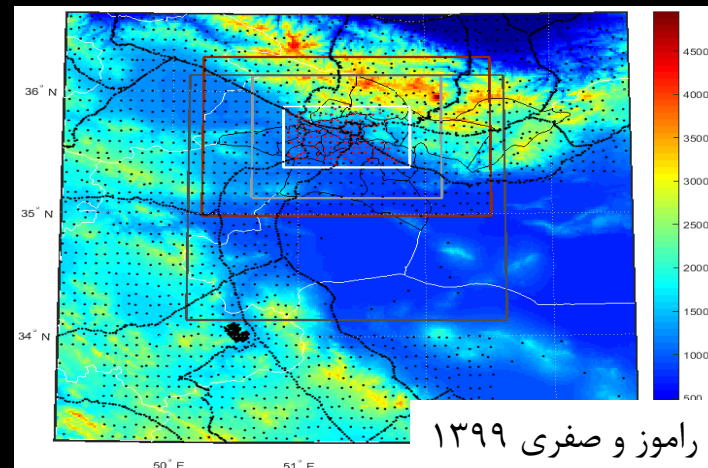
۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

کووریانس مورد استفاده در مدل‌سازی ثقل (کووریانس تحلیلی)، از طریق برازش بر روی تابع کووریانس تجربی مشاهدات ثقلی محاسبه می‌شود. چندین پژوهش صورت گرفته (از جمله Ramouz et al, 2020 و راموز و صفری ۱۳۹۹) که نتایج آن ناظر بر عدم کارایی روش مزبور و تناظریابی بین کووریانس تحلیلی و تجربی است. عدم کارایی این روش به‌ویژه در مناطق با پراکندگی نامناسب داده‌های ثقلی و توپوگرافی خشن بیش‌تر است.

EGM2008	LSC			روش
	کشوری	منطقه‌ای	محلی	
-۰.۹	-۰.۸	-۰.۸	-۰.۴	کمینه
۰.۱	-۰.۲	-۰.۲	۰.۰	بیشینه
-۰.۳۹	-۰.۵۱	-۰.۴۹	-۰.۲۱	میانگین
۰.۱۷	۰.۱۳	۰.۱۳	۰.۰۹	انحراف معیار



تصویر ۵: منطقه‌بندی و پراکندگی مشاهدات و نقاط کنترلی برای مدل‌سازی ژئوئید در تهران.

راموز و هم‌کاران (Ramouz et al, 2020)، الگوی کووریانس به‌بود یافته را برای کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی ارائه دادند. مدل‌سازی ژئوئید تهران طبق این روش (راموز و صفری ۱۳۹۹)، به‌بود بیش از ۶۰ درصدی نسبت به روش‌های قبلی و مدل‌های جهانی را نشان می‌دهد.

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

۲.۳.۳. کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی

ایستایی (Stationarity) و هم‌سان‌گردی (Isotropy) چیست؟

عدم وابستگی کرنل/کووریانس به

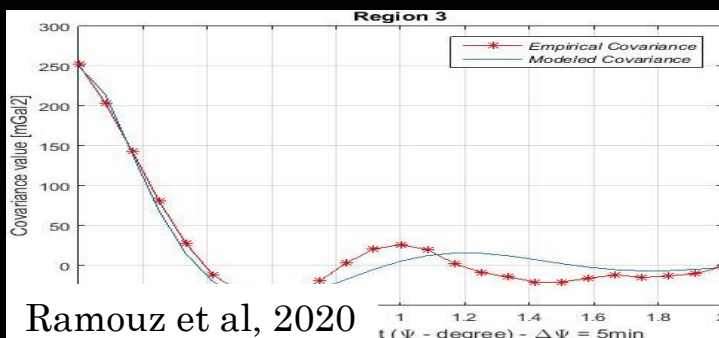
آزیموت خط‌واصل مشاهدات

موقعیت مشاهدات

تابع کرنل/کووریانس مورد استفاده در مدل‌سازی میدان ثقل و ارتفاع ژئوئید، تنها تابع فاصله بین مشاهدات خواهد بود و لاغیر!

مزایا/معایب فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی:

ساده‌سازی فرآیند مدل‌سازی میدان ثقل با استفاده از کرنل/کووریانس تک‌متغیره و یک‌بعدی (تنها تابع متغیر فاصله بین نقاط مشاهداتی) و یک‌تا برای تمام محدوده محاسباتی.



تصویر ۴: کووریانس تولیدشده در منطقه ۳

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

۲.۳.۳. کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی

ایستایی (Stationarity) و هم‌سان‌گردی (Isotropy) چیست؟

مزایا/معایب فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی:

کاهش دقت مدل‌سازی میدان به‌دلیل فیلتر فرکانس‌های بالای میدان ثقل. به‌ویژه در مناطقی با توپوگرافی خشن و زمین‌ساخت پیچیده مانند ایران که انرژی زیادی از سیگنال آنامولی جاذبه در توده‌های جرمی نزدیک به سطح و فرکانس‌های بالای آن نهفته است.

عدم وابستگی کرنل/کووریانس به

آزیموت خط‌واصل مشاهدات

موقعیت مشاهدات

تابع کرنل/کووریانس مورد استفاده در مدل‌سازی میدان ثقل و ارتفاع ژئوئید، تنها تابع فاصله بین مشاهدات خواهد بود و لاغیر!

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

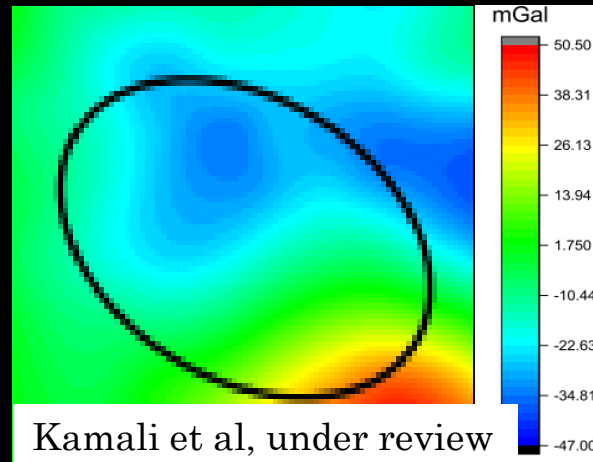
۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

۲.۳.۳. کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی

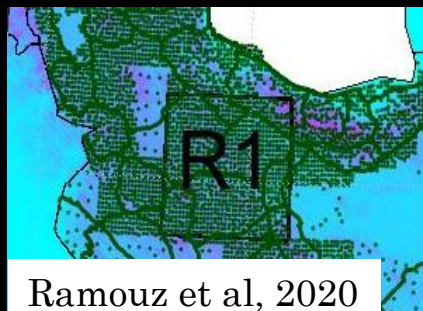
در حال حاضر، در مدل‌سازی ریاضی مساله میدان ثقل، قادر به حذف کامل خطای ناشی از فرض ایستایی نیستیم. ولی، برای رفع خطای ناشی از فرض هم‌سان‌گردی میدان ثقل، کمالی و هم‌کاران (Kamali et al Underreview) از کووریانس ناهم‌سان‌گرد دوبعدی به‌جای کووریانس تک‌بعدی در مدل‌سازی آنامولی ثقل استفاده کردند. با این‌روش، مدل‌سازی میدان در مناطق ناهم‌وار با کیفیت و دقت به‌تری نسبت به حالت کار با کووریانس هم‌سان‌گرد انجام شده است.



Kamali et al, under review

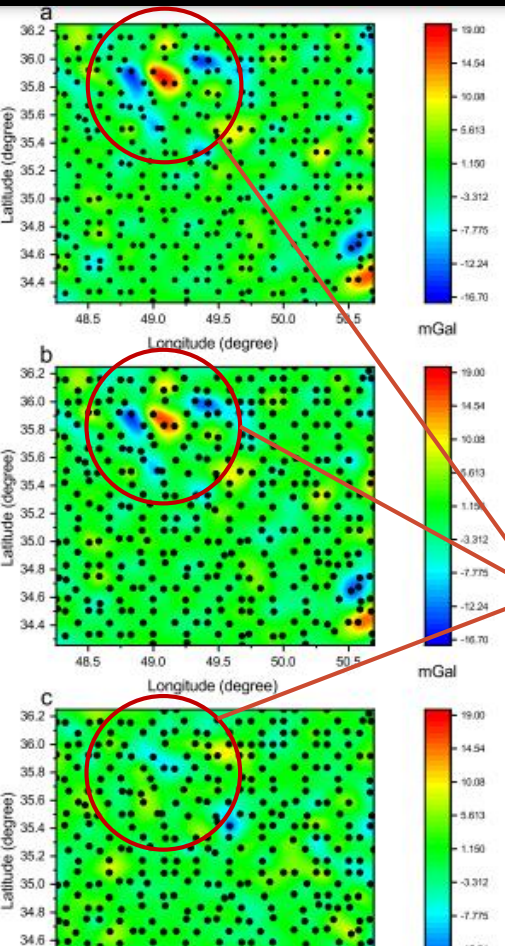
تصویر ۶: کووریانس تحلیلی دوبعدی

خطای مدل‌سازی آنامولی
ثقل در محدوده تلاقی
رشته‌کوه‌های البرز و زاگرس



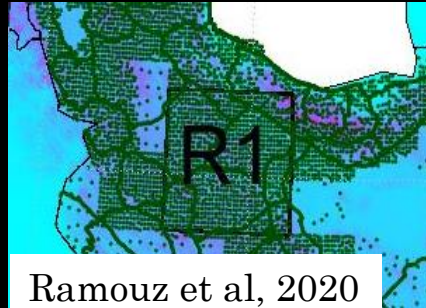
Ramouz et al, 2020

تصویر ۷: منطقه ۱ در غرب ایران، شامل بخشی از رشته‌کوه‌های البرز و زاگرس در شمال و غرب و منطقه دشت مابین آن‌ها.

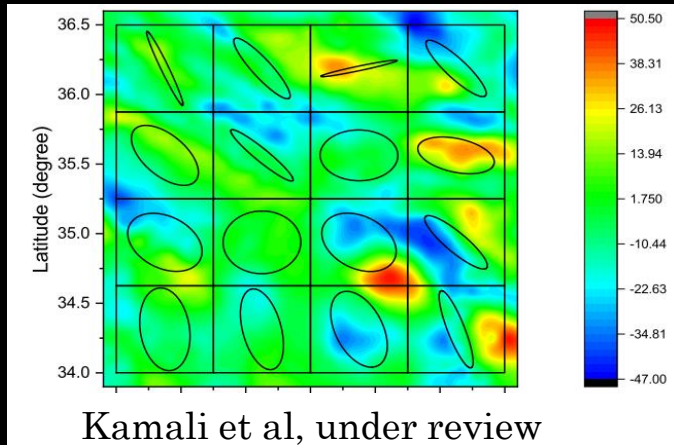


Kamali et al, under review

تصویر ۸: پراکندگی خطای مدل آنامولی ثقل در منطقه ۱ با روش (a) کلاسیک، (b) کووریانس بهبودیافته و (c) کووریانس ناهم‌سان‌گرد.



تصویر ۷: منطقه ۱ در غرب ایران، شامل بخشی از رشته‌کوه‌های البرز و زاگرس در شمال و غرب و منطقه دشت ما بین آن‌ها.



تصویر ۹: کووریانس تحلیلی محلی دوبعدی ناهم‌سان گرد

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

۲.۳.۳. کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی

اما، این‌تمام ماجرا نیست! برای کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی، از ترفند محلی‌سازی استفاده می‌شود. به این ترتیب که محدوده مدل‌سازی به شبکه‌ای از زیرمحدوده‌ها یا تکه‌های مدل‌سازی تقسیم شده و برای هر تکه، یک کووریانس دوبعدی تعریف می‌شود تا فرکانس‌های بالای سیگنال ثقل را در آن تکه به‌تر بازیابی نمود. کمالی و هم‌کاران (Kamali et al (Underreview)، از این‌روش در منطقه مطالعاتی غرب ایران (منطقه ۱) برای مدل‌سازی سیگنال آنامولی ثقل استفاده کردند. نتایج این‌روش،

به‌بود ۲۷ درصدی نسبت به حالت استفاده از کووریانس کلاسیک، و ۶۸ درصدی نسبت به مدل جهانی EGM2008 نشان می‌دهد.

روش	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار	میزان به‌بود
کووریانس کلاسیک	۱۶.۶۴	۱۸.۹۴	-۰.۱۸	۴.۹۷	۰
کووریانس به‌بودیافته	-۱۶.۰۶	۱۷.۴۹	-۰.۱۳	۴.۶۲	٪۷
کووریانس محلی ناهم‌سان‌گرد	-۱۳.۱۲	۱۱.۶۲	-۰.۱۳	۳.۶۲	٪۲۷
EGM2008	-۵۷.۸۲	۳۵.۳۴	-۸.۲۸	۱۱.۲۷	٪-۱۲۷

۱.۳. تکمیل و توسعه شبکه مشاهدات ثقل ایران

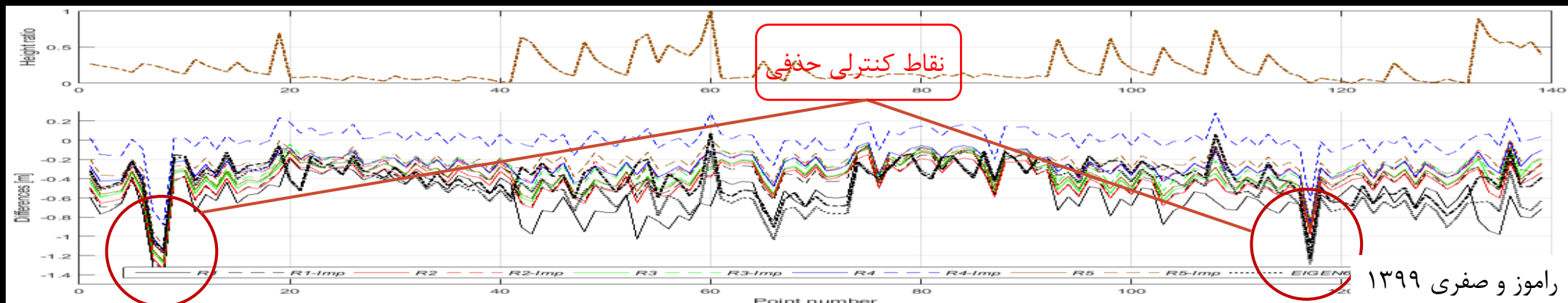
۲.۳. افزایش دقت تفکیک طیفی سیگنال میدان ثقل در ایران

۳.۳. ارتقای الگوریتم‌های مدل‌سازی ثقل برای ایران (چند راه‌حل!)

۱.۳.۳. کاهش خطای برازش کووریانس تحلیلی بر کووریانس تجربی

۲.۳.۳. کاهش خطای ناشی از فرض ایستایی و هم‌سان‌گردی

از دیگر مزایای استفاده از روش محلی‌سازی، امکان کشف مشاهدات و نقاط کنترلی حذفی و افزایش کیفیت پردازش آماری داده‌ها با بازه خطای کم‌تر می‌باشد. راموز و صفری ۱۳۹۹، در پردازش‌های آماری مربوط به مدل‌سازی محلی ژئوئید تهران، ۳ نقطه کنترلی را برای حذف کشف کردند که در پردازش‌های مربوط به تولید مدل IRG2016 و IRG2018 کشف نشده بود.



راموز و صفری ۱۳۹۹

تصویر ۱۰: نمودار تغییرات ارتفاع و اختلاف ارتفاع ژئوئید در نقاط کنترلی تهران نسبت به مدل‌های جهانی، IRG2016، IRG2018 و IRG2020_Teh.

تأثیر محلی‌سازی در بهبود مدل‌سازی میدان ثقل و ارتفاع ژئوئید

چرا دقت مدل‌سازی پایین است؟

- پراکندگی نامناسب و کم‌بود مشاهدات ثقلی و نقاط کنترلی برای مدل‌سازی میدان ثقل در ایران
- دقت پایین مدل‌های جهانی ثقل در محدوده ایران، نسبت به دیگر نقاط کره زمین
- انرژی بالای سیگنال آنامولی ثقل در فرکانس‌های بالای آن، به دلیل وقوع دو رشته کوه البرز و زاگرس و زمین‌ساخت پیچیده در ایران
- ضرورت تکمیل و توسعه شبکه‌های ثقلی کشور برای بسترسازی بهبود دقت مدل‌سازی‌های میدان ثقل در ایران
- نیاز به استفاده از روش‌ها و اطلاعات نوین جهت افزایش دقت پردازش‌ها در تفکیک فرکانس‌های پایین و بالای سیگنال آنامولی ثقل در ایران
- کاهش دقت ناشی از فرض ایستایی و ناهم‌سان‌گردی و شرط تناظر کووریانس تحلیلی تک‌بعدی با کووریانس تجربی در مدل‌سازی سیگنال‌های ثقل

- تاثیر ایده کووریانس بهبودیافته، کووریانس ناهم‌سان‌گرد و محلی‌سازی در افزایش دقت مدل‌سازی آنامولی ثقل
- کارایی کووریانس بهبودیافته در مدل‌سازی اثرات محلی در مناطق با پراکندگی نامناسب داده، در مقایسه با مناطق با پوشش مناسب
- توانایی کووریانس ناهم‌سان‌گرد در مدل‌سازی میدان ثقل غیرایزوتروپیک در محدوده زاگرس.
- دشواری بازیابی اثرات محلی میدان هنگام مدل‌سازی آنامولی ثقل با کووریانس تک‌بعدی یک‌تا در محدوده‌های با وسعت زیاد
- توانایی بهبود دقت مدل‌سازی آنامولی ثقل با استفاده از محلی‌سازی در محدوده ایران با وسعت زیاد و تراکم و کیفیت پراکندگی نامناسب مشاهدات
- افزایش دقت پردازش مشاهدات و نقاط کنترلی در صورت استفاده از محلی‌سازی در تولید مدل آنامولی ثقل

چه گونه می‌توان دقت را بهبود داد؟

- راموز، ص. و صفری، ع.، (۱۳۹۹): ارزیابی تابع کووریانس به‌بود یافته در مدل‌سازی ژئوئید محلی به‌روش کالوکیشن کم‌ترین مربعات – منطقه مطالعاتی: استان تهران، م. فیزیک زمین و فضا، ۴۶(۳)، <https://doi.org/10.22059/JESPHYS.2020.292304.1007175>.
- Heydarizadeh Shali H, Ramouz S, Safari A. And Barzaghi R., 2020, Assessment of Tscherning-Rapp covariance in Earth gravity modeling using gravity gradient and GPS/leveling observations, European Geosciences Union General Assembly, Vienna, Austria, <https://doi:10.5194/egusphere-egu2020-1059>.
- Ramouz, S., Afrasteh, Y., Reguzzoni, M., Safari, A., and Saadat, A. (2019): IRG2018: A regional geoid model in Iran using Least Squares Collocation, Studia Geophysica et Geodaetica, 63, 191–214, <https://doi.org/10.1007/s11200-018-0116-4>.
- Ramouz S., Reguzzoni M., Afrasteh Y, Safari A., (2020): Assessment of Local Covariance Estimation Through Least Squares Collocation Over Iran, Adv. Geosci., 50, 65-75, <https://doi:10.5194/adgeo-50-65-2020>.
- Tscherning, C. C. and Rapp, R. (1974): Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models, Report 208, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus.